


Sesiunea I, iulie 2013

 Se consideră polinomul $P = X^4 + 2X^3 - 6X^2 + X + 1 \in \mathbb{Z}[X]$.

1 $P(0)$ este: ☐ A 1 ☐ B 2 ☐ C 3 ☐ D 4 ☐ E 0

2 Numărul rădăcinilor raționale ale polinomului P este:
☐ A 3 ☐ B 1 ☐ C 2 ☐ D 0 ☐ E 4

3 Restul împărțirii polinomului P prin $X^2 - 1$ este:
☐ A X ☐ B $4X - 5$ ☐ C $3X + 4$ ☐ D 1 ☐ E $3X - 4$
4 Numărul rădăcinilor reale ale polinomului P este: ☐ A 3 ☐ B 4 ☐ C 2 ☐ D 1 ☐ E 0

 Fie $f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_a(x) = \begin{cases} x - a; & x \leq 1 \\ ax - 3; & x > 1 \end{cases}$, $a \in \mathbb{R}$.

5 $f_a(1)$ este: ☐ A $2 - a$ ☐ B $a - 3$ ☐ C $1 - a$ ☐ D 0 ☐ E $-a$
6 f_a este injectivă dacă și numai dacă:
☐ A $a \in [0, 2]$ ☐ B $a \in [2, \infty)$ ☐ C $a \in (-\infty, 2)$ ☐ D $a \in [1, \infty)$ ☐ E $a \in [1, 2]$
7 f_a este surjectivă dacă și numai dacă:
☐ A $a \in [1, 2]$ ☐ B $a \in [2, \infty]$ ☐ C $a \in (-\infty, 2]$ ☐ D $a \in [1, \infty)$ ☐ E $a \in (0, 2]$
8 Valorile lui a pentru care $f_a(x) \leq 1$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ sunt:
☐ A $\{0\}$ ☐ B $[0, 1]$ ☐ C $[1, \infty)$ ☐ D $[0, \infty)$ ☐ E $[0, 2]$
9 Valorile lui a pentru care $f_a(a) = 0$ sunt:
☐ A $(0, 1) \cup \{2\}$ ☐ B $(-\infty, 1] \cup \{\sqrt{3}\}$ ☐ C $\{-2, 2\}$ ☐ D $\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$ ☐ E $\{-1, 1\}$

 Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
10 $\det A$ este: ☐ A 1 ☐ B 2 ☐ C 3 ☐ D 0 ☐ E 4

11 A^2 este: ☐ A A ☐ B $I_2 + A$ ☐ C I_2 ☐ D $A - I_2$ ☐ E O_2
12 Mulțimea valorilor $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^n = I_2$ este:
☐ A $\{6k \mid k \in \mathbb{N}^*\}$ ☐ B $\{3k \mid k \in \mathbb{N}^*\}$ ☐ C $\{2k \mid k \in \mathbb{N}^*\}$ ☐ D $\{3k + 1 \mid k \in \mathbb{N}^*\}$ ☐ E $\emptyset$
13 $A^{100} + A^{200} + A^{300}$ este:
☐ A $3I_2$ ☐ B $3A^2$ ☐ C $3A$ ☐ D $I_2 + A + A^2$ ☐ E O_2
14 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $e^x - 2 = \ln(x + 2)$, $x > -2$, este:
☐ A 2 ☐ B 1 ☐ C 3 ☐ D 0 ☐ E alt răspuns



Fie funcția $f(x) = e^{2013x}$, $x \in \mathbb{R}$.

15 $f(0)$ este: ☐ A e ☐ B 2013 ☐ C $\frac{1}{2013}$ ☐ D 0 ☐ E 1

16 $f'(0)$ este: ☐ A 0 ☐ B 1 ☐ C 2013 ☐ D $\frac{1}{2013}$ ☐ E e

Fie funcția $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$, $x \in \mathbb{R}$.

17 $f(0)$ este: ☐ A $\ln 2$ ☐ B 1 ☐ C -1 ☐ D 0 ☐ E e

18 $f'(0)$ este: ☐ A 0 ☐ B -1 ☐ C 1 ☐ D $\frac{1}{2}$ ☐ E $-\frac{1}{2}$

19 Soluția inecuației $f(x) < 0$ este:
☐ A $(0, 1)$ ☐ B $(-1, 1)$ ☐ C $(-\infty, 0)$ ☐ D $(0, +\infty)$ ☐ E $\mathbb{R}$

Să se calculeze:

20 $\int_{-1}^1 x^3 dx$ ☐ A $\frac{1}{2}$ ☐ B 1 ☐ C $\frac{1}{3}$ ☐ D $\frac{1}{4}$ ☐ E 0

21 $\int_0^\pi x \cos x dx$ ☐ A -2 ☐ B 2 ☐ C π ☐ D 2π ☐ E 0

22 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n + \sqrt{k^2 + n}}$ ☐ A 1 ☐ B $\ln 2$ ☐ C 0 ☐ D ∞ ☐ E $\sqrt{2}$

Aria mărginită de graficul funcției $f(x) = xe^{x^2}$, dreptele $x = -1$, $x = 1$ și axa Ox este:

23 ☐ A $1 + \ln 2$ ☐ B $e + 1$ ☐ C e ☐ D e^2 ☐ E $e - 1$

$\int_0^1 (x - 1) dx$ este:

24 ☐ A $-\frac{1}{2}$ ☐ B $\frac{1}{2}$ ☐ C 1 ☐ D -1 ☐ E 0

$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{a} \int_0^a \sin x \cdot \sin(x^2) dx$ este:

25 ☐ A ∞ ☐ B 0 ☐ C $\sin 1$ ☐ D $-\infty$ ☐ E nu există

Să se calculeze limitele:

26 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ ☐ A -1 ☐ B 0 ☐ C 1 ☐ D ∞ ☐ E π

27 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ ☐ A $\frac{1}{3}$ ☐ B $\frac{1}{6}$ ☐ C $\frac{1}{2}$ ☐ D $-\frac{1}{2}$ ☐ E 0

28 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) \ln(1+2x^2) \ln(1+3x^3)}{x^6}$ ☐ A 0 ☐ B $\frac{1}{3}$ ☐ C $\frac{1}{6}$ ☐ D $-\frac{1}{6}$ ☐ E 6



Să se calculeze limitele:

29 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8n^3 + n^2 + 1} - 2n - 1)$ ☐ A $-\frac{11}{12}$ ☐ B $\frac{1}{6}$ ☐ C $-\frac{12}{11}$ ☐ D nu există ☐ E ∞

30 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \ln \left(1 + \frac{k}{n^2} \right)$ ☐ A 0 ☐ B 2 ☐ C $\ln 2$ ☐ D ∞ ☐ E $\frac{1}{2}$

31 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de 150 de ori sin}}}{x^3}$ ☐ A 10 ☐ B 25 ☐ C 150 ☐ D 300 ☐ E 0

Fie punctele $A(2, 4)$, $B(3, 3)$, $C(0, 4)$.

32 Ecuația dreptei AB este: ☐ A $2x - y + 3 = 0$ ☐ B $2x - y + 5 = 0$ ☐ C $x - y = 0$
☐ D $x + y - 6 = 0$ ☐ E $4x - y - 4 = 0$

33 Coordonatele punctului D , simetricul lui O față de dreapta AB , sunt:
☐ A $(0, 8)$ ☐ B $(4, 8)$ ☐ C $(6, 6)$ ☐ D $(-3, 3)$ ☐ E $(8, 2)$

34 Pentru M aparținând dreptei AB , minimul expresiei $OM + MC$ este:
☐ A $5\sqrt{2}$ ☐ B $2\sqrt{10}$ ☐ C $3\sqrt{3}$ ☐ D 6 ☐ E 0

Fie $E(x) = \sqrt{3} \cos x + \sin x$.

35 $E(0)$ este: ☐ A $1 + \sqrt{3}$ ☐ B 1 ☐ C 2 ☐ D $\sqrt{5}$ ☐ E $\sqrt{3}$

36 Soluția ecuației $E(x) = 0$ pentru $x \in [0, \pi]$ este: ☐ A $\frac{\pi}{3}$ ☐ B $\frac{5\pi}{6}$ ☐ C $\frac{2\pi}{3}$ ☐ D 0 ☐ E $\frac{3\pi}{4}$

37 Minimul expresiei $E(x)$ pentru $x \in \mathbb{R}$ este:
☐ A $-2\sqrt{3}$ ☐ B 0 ☐ C nu există ☐ D -2 ☐ E $-\sqrt{3} - 1$

Fie triunghiul ABC cu laturile $AB = 13$, $AC = 12$, $BC = 5$.

38 Triunghiul ABC este:
☐ A dreptunghic în C ☐ B isoscel ☐ C dreptunghic în A ☐ D obtuzunghic
☐ E echilateral

39 Aria triunghiului ABC este: ☐ A 6,5 ☐ B 78 ☐ C 30 ☐ D $5\sqrt{17}$ ☐ E $30\sqrt{13}$

40 Raza cercului circumscris triunghiului ABC este:
☐ A 4 ☐ B 6 ☐ C 2,5 ☐ D 6,5 ☐ E 15



Pentru fiecare număr întreg d se consideră monoidul $M_d = \left\{ \begin{pmatrix} a & db \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\} \subset M_2(\mathbb{Z})$, cu operația de înmulțire a matricelor.

- 41** Matricea $\begin{pmatrix} 2 & 15 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ aparține monoidului:
☐ **A** M_3 ☐ **B** M_2 ☐ **C** M_5 ☐ **D** M_{15} ☐ **E** M_0
- 42** Numărul elementelor inversabile în monoidul M_{-1} este:
☐ **A** ∞ ☐ **B** 2 ☐ **C** 1 ☐ **D** 4 ☐ **E** alt răspuns
- 43** Numărul elementelor inversabile în monoidul M_2 este:
☐ **A** 2 ☐ **B** 1 ☐ **C** ∞ ☐ **D** 4 ☐ **E** alt răspuns
- 44** Numărul elementelor inversabile în monoidul M_{-2} este:
☐ **A** ∞ ☐ **B** 1 ☐ **C** alt răspuns ☐ **D** 2 ☐ **E** 4
- 45** Elementul neutru în monoidul $(M_d, \cdot)$ este:
☐ **A** $2I_2$ ☐ **B** O_2 ☐ **C** I_2 ☐ **D** dI_2 ☐ **E** $-I_2$

