


Sesiunea I, iulie 2018

Calculați:

1 $\int_1^5 \frac{dx}{x+3}$ **A** $\ln 2$ **B** $\ln 3$ **C** $\ln 4$ **D** $\ln 5$ **E** $\ln 8$

2 $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$
A $\operatorname{arctg} \frac{e}{e+1}$ **B** $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ **C** $\operatorname{arctg} \frac{e}{e^2+1}$ **D** $\ln \frac{e}{e+1}$ **E** $\ln(2e)$

3 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$ **A** $\ln 2$ **B** $\pi \ln 4$ **C** $\pi \ln 8$ **D** $\ln\left(\frac{\pi}{4}\right)$ **E** $\ln(\pi e)$

4 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului x . Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\pi \{x\}^n dx$ este:

A $\frac{\pi}{2}$ **B** 4 **C** 2 **D** π **E** 3

5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 9^x + 5^x + 4}{9^{x+1} - 5^x + 2^x}$ este: **A** $\frac{2}{9}$ **B** 2 **C** 1 **D** $\frac{1}{9}$ **E** $+\infty$

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

6 $f'(0)$ este: **A** $1+a$ **B** a **C** $1-a$ **D** 1 **E** 0

7 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

A $a = 2$ **B** $a = -1$ **C** $a = 1$ **D** $a = 0$ **E** $a = 3$

8 Pentru $a = -3$ numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

A 4 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 5

9 Pentru $a = 1$, $(f^{-1})'(2)$ este: **A** $1/2$ **B** $1/4$ **C** $1/3$ **D** 0 **E** $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0, -1)$, dreptele $d_1: x - y + 1 = 0$, $d_2: 2x - y = 0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC .

10 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

A $(-1, 2)$ **B** $(2, 3)$ **C** $(1, 2)$ **D** $(-1, 0)$ **E** $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

11 Punctul B are coordonatele:

A $(3, 6)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(1, 2)$ **D** $(-1, 0)$ **E** $(-2, -1)$

**12**

Se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(4, 5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

- A $2x - y = 2$ B $2x + y = 10$ C $x + 2y = 11$ D $-x + y = 1$ E $x + y = 7$

Se consideră polinomul $P = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$. Notăm cu R restul împărțirii polinomului P prin $X^3 + X$.

13

$P(i)$ este: A $2 + i$ B $1 + i$ C 2 D i E 0

14

R este: A $2 + X + X^2$ B $2 + X$ C $2 + X - X^2$ D X E 1

15

$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este: A $\frac{15}{2}$ B 5 C 6 D 8 E 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

16

$2A - A^2$ este: A $A + I_2$ B I_2 C $2I_2$ D O_2 E $A - I_2$

17

A^{48} este: A O_2 B $2^{12}I_2$ C $2^{48}I_2$ D $2^{48}A$ E $2^{24}I_2$

18

$\frac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este: A 16 B 2 C 8 D 4 E 1

19

Perechea $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b) = 0$ este:

- A $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ B $(-2, -1)$ C $(-2, -2)$ D $(2, -2)$ E $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

20

$\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este: A nu există B 0 C ∞ D $-\infty$ E 1

21

Se consideră șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n \geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a pentru care $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$ este:

- A 2 B 16 C 8 D 32 E 4



Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m, m \in \mathbb{R}$.

22 Ecuația admite soluția $x = \frac{\pi}{2}$ pentru:

- (A) $m = \frac{1}{4}$ (B) $m = 1$ (C) $m = 0$ (D) $m = -1$ (E) $m = -\frac{1}{4}$

23 Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

- (A) $[-1, 1]$ (B) $[-4, 4]$ (C) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (D) $[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$ (E) $[-2, 2]$

24 Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $-\frac{4}{5}$ (D) 1 (E) $-\frac{3}{4}$

25 Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

- (A) $\frac{1+a}{a+b+1}$ (B) $\frac{1+a}{a-b+1}$ (C) $\frac{1-a}{a+b+1}$ (D) $\frac{1-a}{a+b-1}$ (E) $\frac{1-a}{b-1}$

26 Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2 \lg(x - 2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\frac{x}{y}$ este:

- (A) $\{4\}$ (B) $\{1\}$ (C) $\{1, 4\}$ (D) $\{1, 2, 4\}$ (E) \emptyset

27 Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1 + \alpha)(1 + \alpha^2)(1 + \alpha^3)(1 + \alpha^4)(1 + \alpha^5)(1 + \alpha^6)$ este:

- (A) 64 (B) 0 (C) 16 (D) 4 (E) $8i$

Pe intervalul $(-1, 1)$ se definește legea de compoziție $*$ prin $x * y = \frac{2xy + 3(x + y) + 2}{3xy + 2(x + y) + 3}, x, y \in (-1, 1)$.

28 Elementul neutru al legii $*$ este: (A) 0 (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $-\frac{1}{3}$

29 Dacă funcția $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = a \frac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x * y) = f(x)f(y)$,

$\forall x, y \in (-1, 1)$, atunci a este:

- (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $-\frac{1}{5}$

30 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \dots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \frac{1}{10}$ este:

- (A) 2 (B) 0 (C) 1 (D) 10 (E) 5



