

# Rezumat

*Teză de abilitare: Clase de funcții analitice, operatori integrali și aspecte conexe*  
*Candidat: Breaz Marcela Nicoleta*

În prezenta teză de abilitare, sunt descrise rezultatele semnificative obținute de către autor, după obținerea titlului de doctor în matematică, la Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca, în anul 2004. Dorim să precizăm că teza de doctorat a fost dedicată unui subiect de cercetare diferit, din cadrul analizei matematice, și anume, *Metode numerice bazate pe funcții spline, aplicate în statistică*, subiect bazat pe analiză funcțională și calcul numeric. Rezultatele de cercetare prezentate aici se referă la *teoria funcțiilor de o variabilă complexă*, un subiect clasic din analiza matematică, încă atractiv pentru mulți matematicieni din țară și străinătate.

Teoria funcțiilor de o variabilă complexă a debutat la mijlocul secolului trecut ca un subdomeniu al matematicii, respectiv al analizei complexe. Un subiect important este *teoria geometrică a funcțiilor analitice*, în care unul dintre obiective este acela de a da interpretări geometrice unor condiții exprimate analitic, astfel că rigoarea raționamentului analitic este strâns legată cu intuiția. Profitând de această dualitate, se poate combina demonstrația analitică și intuiția geometrică, pentru a studia diferite clase de funcții.

Printre proprietățile care au fost studiate pentru funcțiile de o variabilă complexă, se numără așa numita proprietate de univalență. O funcție analitică (olomorfă) și injectivă pe domeniul  $\mathcal{U}$ ,  $\mathcal{U} \subset \mathbb{C}$ ,  $\mathcal{U} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$  se numește funcție univalentă în  $\mathcal{U}$ . Condiția  $f'(z) \neq 0, \forall z \in \mathcal{U}$ , este doar o condiție necesară de univalență, asigurând o univalență locală. Obiectivul este acela de a găsi condiții suplimentare care să asigure univalență funcției  $f$ , în  $\mathcal{U}$ . Prin urmare, este de dorit să obținem condiții necesare și suficiente de univalență. Din punct de vedere geometric, funcțiile univalente sunt legate de transformările conforme.

Fiind unul dintre conceptele de bază în teoria geometrică a funcțiilor, funcția univalentă (olomorfă și injectivă) a fost studiată, încă din 1907, de către P. Koebe. Timp de un secol, teoria univalentă a funcțiilor s-a dezvoltat considerabil. Condiții necesare și suficiente au fost obținute pentru prima dată, în 1931 de către Gh. Călugareanu, după

care univalența a fost studiată de mulți alți matematicieni, printre care îi amintim aici pe Z. Nehari, C. Pommerenke, A.W. Goodman, G. M. Goluzin, etc. ([35], [38])). Amintim de asemenea câteva lucrări clasice în domeniu, cum ar fi *Conformal mappings*, 1952, L.V. Ahlfors, *Conformal invariants, Topics in Geometric function Theory*, 1973, Ch. Pommerenke, *Univalent functions*, 1975, A.W. Goodman, *Univalent functions*, 1984, S.S. Miller, P.T. Mocanu, *Differential Subordinations, Theory and Applications*, 2000. În România există o importantă școală de cercetare în domeniu, fondată de P.T. Mocanu, având un impact important asupra școlii internaționale de cercetare. Printre direcțiile relativ recente de cercetare o amintim pe cea bazată pe subordonări diferențiale, introduse de P.T. Mocanu și S.S. Miller ([37]).

Cu toate că teoria geometrică a funcțiilor este considerată un domeniu teoretic, există și câteva aplicații practice ale acestora în domenii precum mecanica fluidelor, electrotehnica, fizica nucleară și altele.

Un subiect important de cercetare în acest domeniu este cel dat de studiul operatorilor integrali pe spații de funcții analitice ([2], [41]). Primul matematician care a introdus un operator integral pe clase de funcții univalente a fost J.W. Alexander, în 1915. În ultimul secol, operatorii integrali au fost studiați de mai mulți matematicieni, printre care îi amintim aici pe R. Libera, S. Bernardi, S.S. Miller, P.T. Mocanu, M.O. Reade, R. Singh, N.N. Pascu și alții. În prezent, noi aspecte ale operatorilor integrali stimulează interesul tinerilor cercetători din domeniul teoriei geometrice a funcțiilor.

Contribuția noastră la acest domeniu a început în 2000, prin colaborarea cu D. Breaz împreună cu care am lucrat la extinderea unor operatori integrali cunoscuți și am demonstrat proprietățile noilor operatori introduși, pe diferite clase de funcții analitice. Primele rezultate semnificative le-am obținut în 2002 ([4] și [5]), operatorii integrali introduși în acele lucrări fiind citați în peste 100 de articole științifice scrise de matematicieni din țară și străinătate. De-a lungul anilor am publicat în acest domeniu o serie de lucrări și o carte (see [1], [3]-[34], [36], [42]-[46], [47], [48], aceasta fiind doar o listă selectivă). Cartea conține studii recente pe operatori integrali univalenți, și a fost scrisă ca urmare a unei colaborări cu Daniel Breaz de la Universitatea "1 Decembrie 1918" din Alba Iulia și Maslina Darus de la Universitatea Kebangsaan, din Kuala Lumpur, Malaezia ([22]).

Dorim să subliniem că o parte din rezultatele științifice publicate și prezentate în această teză au fost obținute de asemenea, în urma unor colaborări cu cercetători din Japonia, Egipt, Canada, Turcia și România, în timpul diverselor ediții ale conferinței itinerante *Geometric function Theory and Applications Symposium*, dar și în timpul seminariilor științifice la care am luat parte în cadrul vizitelor la Universitatea Kinki, din Osaka, Japonia (2010) respectiv, la Universitatea Kebangsaan, Kuala Lumpur, Malaezia, 2012 și 2013. Având în vedere că am obținut doctoratul pe o altă temă de cercetare, spri-

jinul primit de-a lungul anilor de la colaboratori a fost foarte important. În acest sens, amintim aici numele colaboratorilor care ne-au sprijinit în cercetările din acest domeniu, începând cu D. Breaz, V. Pescar și S. Owa, cu care am publicat majoritatea lucrărilor și continuând cu R. El-Ashwah, M. Darus, H. Srivastava, Y. Polatoglu, J. Nishiwaki, M. Acu, M.K. Aouf, N. Ularu și alții.

Printre rezultatele pe care le-am obținut în acest domeniu, majoritatea prezentate în această teză, menționăm următoarele:

- introducerea unor operatori integrali ca extensie a unor operatori deja cunoscuți care se regăsesc ca și cazuri particulare,
- studiul proprietăților geometrice precum univalență, convexitate, stelaritate pentru anumiți operatori integrali,
- studiul unor proprietăți de conservare a unor clase de către operatorii integrali,
- extinderea criteriului de univalență de tip Becker la operatori integrali,
- studiul unor clase de funcții analitice luând în considerare diverse aspecte ca spre exemplu, produsul Hadamard pe aceste clase,
- estimări de coeficienți pentru anumite clase de funcții analitice,
- teoreme de distorsiune pentru anumite clase de funcții analitice.

Aceste rezultate precum și alte câteva idei încă nepublicate sunt prezentate aici în teza de abilitare, în capitolul principal dar și în capitolul dedicat planului de cercetare.

Teza este structurată pe trei capitole, capitolul principal fiind capitolul doi care conține contribuția autorului la acest domeniu, susținut de primul capitol în care sunt date câteva noțiuni și rezultate suport și urmat de cel de-al treilea, legat de planurile de cercetare.

**Capitolul 1** conține câteva concepte și rezultate preliminare necesare în susținerea prezentării rezultatelor proprii, mai precis, definițiile unor clase de funcții analitice deja cunoscute, ca: funcții univalente, stelate, convexe și altele, precum și câteva proprietăți ale acestora. Sunt amintiți de asemenea, principalii operatori integrali utilizați în obținerea operatorilor propuși de noi, împreună cu câteva rezultate de bază. Dorim să menționăm că acest capitol este orientat strict pe acele rezultate clasice care au fost cel mai des utilizate în Capitolul 2.

**Capitolul 2** este dedicat contribuțiilor aduse de către autor în domeniul teoriei geometrice a funcțiilor și este structurat pe optsprezece secțiuni. La începutul fiecărei secțiuni sunt menționate lucrările în care rezultatele descrise au fost publicate. Au fost omise anumite demonstrații și rezultate secundare dar acestea pot fi găsite în lucrările publicate, menționate în lista bibliografică.

În Secțiunea 2.1, prezentăm patru operatori integrali generali, având ca punct de pornire câțiva operatori integrali cunoscuți dar fiind construiți pe mai mult de o funcție.

Operatorii introduși de către noi acoperă operatori clasici precum cei dați de Kim și Merkes, respectiv de Pfaltzgraff. Pentru acești operatori, am obținut criterii de univalență care generalizează criteriul de univalență dat de V. Pescar. Articolul în care aceste rezultate au fost publicate, [4], a înregistrat peste 100 citari, fiind un articol de referință în domeniul operatorilor integrali generali, introduși în ultimii ani de diverși matematicieni.

În Secțiunea 2.2, am discutat câteva condiții de stelaritate pentru operatorul lui Bernardi și pentru un alt operator integral general care acoperă operatorii clasici dați de Bernardi și Alexander.

Două criterii de univalență sunt demonstrate în Secțiunea 2.3, pentru un operator integral general, definit ca o generalizare pentru  $n$  funcții, a unui operator dat de V. Pescar. Atât operatorul introdus de noi cât și cel dat de Pescar sunt operatori de tipul Mocanu-Miller-Read. Operatorul a fost studiat pe o clasă de funcții univalente introdusă de Ozaki și Nunokawa.

Câteva proprietăți de convexitate pentru un operator integral general de tip Kim-Merkes sunt prezentate în Secțiunea 2.4, considerând trei clase de funcții univalente, introduse de Stankiewicz și Wisniowska, respectiv de Ronning.

În Secțiunea 2.5, se studiază un criteriu de univalență pentru un operator integral general introdus de Senivasagan și Breaz, pe clasa de funcții univalente introdusă de Ozaki și Nunokawa.

Câteva proprietăți de conservare a clasei pentru un operator integral general de tip Pfaltzgraff sunt date în Secțiunea 2.6, considerând următoarele clase de funcții: univalente, stelate, convexe, convexe de un anumit ordin, respectiv uniform convexe.

În Secțiunea 2.7, am studiat comportamentul a doi operatori integrali generali de tip Kim-Merkes și Pfaltzgraff pe clase de funcții analitice de ordin complex și tip real, introduse de B. Frasin.

În Secțiunea 2.8 am găsit ordinul de convexitate și estimări pentru coeficienții a doi operatori integrali generali, pe o anumită clasă de funcții convexe, definite în conexiune cu o hiperbolă.

În Secțiunea 2.9, am prezentat un rezultat referitor la univalența unui operator integral general introdus de noi, pentru care numărul de funcții aflate în componență este definit prin intermediul unui număr complex.

Comportamentul operatorului integral general introdus de Senivasagan și Breaz este studiat în raport cu univalența pe subclasele de funcții univalente  $S(\alpha)$  și  $T_{2,\mu}$ , în Secțiunea 2.10.

În Secțiunea 2.11, am studiat convexitatea a doi operatori integrali generali, pe clase de funcții uniform analitice.

Trei criterii de univalență au fost obținute pentru un operator integral general

construit pe două tipuri de funcții, regulate respectiv de tip Caratheodory, rezultatele fiind prezentate în Secțiunea 2.12.

Condiții suficiente de univalență de tip Kudriasov pentru doi dintre operatorii integrali generali introdusi de noi, unul de tip Kim-Merkes și celălalt de tip Pfaltzgraff au fost prezentate în Secțiunea 2.13.

Secțiunea 2.14 conține estimări de coeficienți și proprietăți legate de produsul Hadamard modificat pentru funcții uniform analitice,  $p$ -valente, cu coeficienți negativi. Acestea extind alte rezultate introduse de noi pentru clase de funcții stelate, respectiv convexe de ordin  $\alpha$ ,  $p$ -valente, cu coeficienți negativi, definite cu ajutorul unui operator diferențial.

În Secțiunea 2.15, obținem noi condiții de univalență pentru doi operatori integrali generali,  $T_n$  și  $B_n$ , aplicând o versiune a criteriului de univalență al lui Becker, dată de Pascu în [40]. De asemenea, este folosit și rezultatul dat de Mocanu și Șerb în [39].

Secțiunea 2.16 prezintă o nouă clasă de funcții analitice și  $p$ -valente bazate pe derivate de ordin multiplu. Pentru această clasă de funcții  $p$ -valente obținem câteva proprietăți interesante incluzând inegalități pentru coeficienți, teoreme de distorsiune, puncte de extrem, raze de aproape convexitate, stelaritate și convexitate. De asemenea, pe această clasă, am prezentat și câteva aplicații ale unui operator integral. În final, obținem și câteva rezultate referitoare la produsul Hadamard modificat pe clasa de funcții  $p$ -valente propusă.

Folosind transformări Möbius obținem câteva proprietăți și exemple pe calcul fracțional, în Secțiunea 2.17.

În Secțiunea 2.18, aplicând funcția extremală a subclasei de funcții analitice,  $\mathcal{S}^*(\alpha)$ , și folosind definiția subordonărilor diferențiale, sunt introduse noi clase,  $\mathcal{P}^*(\alpha)$  și  $\mathcal{Q}^*(\alpha)$ , pentru care prezentăm câteva proprietăți.

**Capitolul 3** include un plan pentru cercetările curente și viitoare, în domeniul științific și profesional. Ne propunem să continuăm cercetările în domeniul teoriei geometrice a funcțiilor, atât pe operatori integrali, cât și pe diverse clase de funcții analitice. În același timp, vom continua să acordăm interes și aplicațiilor bazate pe funcții spline în statistică, acesta fiind cel de-al doilea domeniu de interes, pe care a fost elaborată teza de doctorat. Avem în vedere și organizarea unor seminarii științifice dedicate doctoranzilor din domeniul teoriei geometrice a funcțiilor, precum și elaborarea unei monografii în domeniu, care să conțină rezultatele proprii.

În ce privește obiectivele de cercetare, motivați de rezultatele recente din domeniul teoriei geometrice a funcțiilor și dorind să continuăm propriile cercetări, descrise în Capitolul 2, ne vom orienta asupra a trei direcții generale de cercetare și anume:

- studiul unor noi proprietăți geometrice pentru operatorii considerați în această

teză, în raport cu univalența (direcția de cercetare  $A$ ),

- construcția unor noi operatori integrali care acoperă operatorii deja cunoscuți ca și cazuri particulare (direcția de cercetare  $B$ ),

- construcția de clase de funcții analitice având proprietăți geometrice interesante (direcția de cercetare  $C$ ).

În cadrul primei direcții de cercetare,  $A$ , urmărim să extindem rezultatele pe care le-am obținut pentru operatorii integrali  $J_1 - J_8$ , majoritatea pe univalență (în Capitolul 2), investigând și alte proprietăți ale operatorilor ca de exemplu, convexitatea și stelari-tatea. Ca abordare, vom considera anumite clase de funcții analitice pe care vom studia comportamentul operatorilor respectivi. Pentru direcția de cercetare  $B$ , intenționăm să analizăm existența fiecărui operator introdus, în sensul bine definirii acestuia și să găsim și alte motivații dincolo de generalitatea lor, luând în considerare posibile aplicații și câteva exemple particulare, iar în cele din urmă să investigăm proprietățile acestora. Legat de direcția de cercetare  $C$ , pentru fiecare clasă de funcții introdusă, avem în vedere cel puțin următoarele linii de studiu: găsirea unor exemple de funcții care să dovedească netrivialitatea, studiul produsului Hadamard (sau versiuni modificate) pe aceste clase, caracterizarea prin estimări de coeficienți, și respectiv, găsirea unor proprietăți de conser-vare a claselor pentru anumiți operatori integrali. Toate aceste direcții de cercetare sunt prezentate pe scurt în Secțiunea 3.1, menționând problemele generale care necesită a fi rezolvate, exemple concrete de probleme precum și metodele de rezolvare care urmează a fi abordate.

Anumite rezultate care fac parte din munca de cercetare curentă sunt prezentate în ultimele două secțiuni ale capitolului. Astfel, pe termen scurt, ne propunem să finalizăm proiectul de cercetare început cu V. Pescar și D. Breaz, în direcția găsirii de aplicații pentru operatori integrali univalenți în domeniul mecanicii fluidelor. Câteva rezultate referitoare la univalența soluției problemei inverse pe frontieră, obținute împreună cu V. Pescar, sunt descrise în Secțiunea 3.2. De asemenea, ne propunem să finalizăm proiectul de cercetare început cu S. Owa, J. Nishiwaki și D. Breaz, legat de studiul unor clase de funcții analitice utilizând subordonări diferențiale. Aceste clase sunt construite pornind de la definiția stelarității respectiv a convexității, anumite rezultate deja acceptate spre publicare, fiind descrise în Secțiunea 3.3.

Alte direcții de cercetare pe care le avem în vedere sunt legate de următoarele aspecte: extinderea altor criterii de univalență de la funcții la operatori integrali, în aceeași manieră în care am lucrat cu criteriul de univalență dat de Pascu, în cadrul rezultatelor prezentate în Capitolul 2, studiul unor operatori integro-diferențiali, analiza rezultatelor deja obținute prin prisma găsirii funcțiilor extremale, găsirea unor aplicații pentru rezultatele teoretice obținute (ca spre exemplu, cea din Secțiunea 3.2) și utilizarea

unor soft-uri specializate, în vederea evidențierii unor proprietăți geometrice ale imaginilor operatorilor integrali.

# Bibliography

- [1] M. K. Aouf, D. Breaz, **N. Breaz**, *Inequalities Involving Noor Integral Operator*, Theory and Applications of Mathematics and Computer Science 1 (2011), pp. 63-67
- [2] D. Breaz, *Operatori integrali pe spatii de functii univalente*, Ed. Academiei Romane, Bucuresti, 2004
- [3] D. Breaz, M. K. Aouf and **N. Breaz**, *Some Properties for Integral Operators on Some Analytic Functions with Complex Order*, Acta Math. Acad.Paed. Nyiregyhaziensis, Vol. 25, No.1/2009, pp. 39-43
- [4] D. Breaz, **N. Breaz**, *Two Integral Operators*, No. 3-2002, vol. 47, Studia Univ. Babes-Bolyai, Math., Cluj Napoca, pp. 13-21
- [5] D. Breaz, **N. Breaz**, *Univalence Conditions for Certain Integral Operators*, No. 2-2002, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Mathematica, Cluj Napoca, pp. 9-17
- [6] D. Breaz, **N. Breaz**, *Starlikeness Conditions for the Bernardi Operator*, Mathematical Reports, 2, vol. 6(56), 2004, Romanian Academy Publisher, pp 117-121
- [7] D. Breaz, **N. Breaz**, *The univalent conditions for an integral operator on the classes  $S(p)$  and  $T_2(II)$* , Journal of Approximation Theory and Applications, Vol. 1, No.2, (2005), pp. 93-98
- [8] D. Breaz, **N. Breaz**, *The univalent condition for an integral operator on the classes  $S(p)$  and  $T_2$*  Acta Univ. Apulensis, nr. 9/2005, pag. 63-69
- [9] D. Breaz, **N. Breaz**, *Univalence of an integral operator*, Mathematica, Tome 47(70), No. 1, 2005, Editions de L Academie Roumaine, pag. 35-38, CNCSIS B, Zbl. Math. 1100.30013, MR 2165075
- [10] D. Breaz, **N. Breaz**, *Some convexity properties for a general integral operator*, Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics, ISSN 1443-5756, Vol. 7, Issue 5, Article 177, 2006, MR2268632



- 
- [11] D. Breaz, **N. Breaz**, *An univalent condition for an integral operator*, Nonlinear functional analysis and applications, vol. 11, No. 2(2006), Korea, pag. 259-263, Zbl. Math. 1102.30012, MR2239421
- [12] D. Breaz, **N. Breaz**, *Univalence conditions for certain integral operators on the classes  $S(\alpha)$  and  $T_2$* , Mathematical Reports, 1, vol. 8(58), 2006, pag. 17-23
- [13] D. Breaz, **N. Breaz**, *Some convexity properties for a general integral operator on the classes  $SP$  and  $SP(\alpha, \beta)$* , Proceedings of the International Symposium on Complex Function Theory and Applications, Brasov, 1-5 September, 2006, Romania, 973-635-827-5, pp.7-12
- [14] D. Breaz, **N. Breaz**, *Sufficient univalence conditions for analytic functions*, Journal of Inequalities and Applications, Volume 2007, 1, Article ID 86493, doi: 10.1155/2007/8643, ISSN: 1025-5834
- [15] D. Breaz, **N. Breaz**, *An integral univalent operator*, Acta Math. Univ. Comenianae, Vol. LXXVI, 2(2007), pp.137-142
- [16] D. Breaz, **N. Breaz**, *New univalence conditions for an integral operator of the class  $S(p)$  and  $T_2$* , Acta Univ. Apulensis, 13/2007, pp. 89-96
- [17] D. Breaz, **N. Breaz**, *Some starlikeness conditions proved by inequalities*, Proceedings of the Fifth Int. Symposium "Mathematical Inequalities" Sibiu, 25-27 September 2008, Romania, pp. 40-46, ISBN 978-973-739-740-9
- [18] [D19]. D. Breaz, **N. Breaz**, *The integral operator on the  $SP$  class*, Acta Univ. Apulensis, No. 17/2009, pp. 43-47
- [19] [D20]. D. Breaz, **N. Breaz**, *The integral operator on the  $SH(\beta)$  class*, Acta Univ. Apulensis, 18/2009, pp 7-10
- [20] D. Breaz, **N. Breaz**, V. Pescar, *On the univalence of a certain integral operator*, Acta Univ. Apulensis, No. 26/2011, pp. 251-256
- [21] D. Breaz, **N. Breaz**, H. M. Srivastava, *An extension of the univalent condition for a family of integral operators*, Applied Mathematics Letters, Vol. 22, Issue 1, ian. 2009, pag.41-44, ISSN: 0893-9659
- [22] D. Breaz, M. Darus, **N. Breaz**, *Recent studies on univalent integral operators*, Editura Aeternitas, Alba Iulia, ISBN 978-973-1890-90-6, 159 pag., 2010

- 
- [23] D. Breaz, Y. Polatoglu, **N. Breaz**, *Generalized  $p$ -Valent Janowski Close-to-Convex Functions and Their Applications to the Harmonic Mappings*, "Nonlinear analysis : stability, approximation, and inequalities", Springer S. "Optimization and its applications", Vol.68, 2012, pp 79-89
- [24] D. Breaz, S. Owa, **N. Breaz**, *A new integral univalent operator*, Acta Univ. Apulensis, No. 16/2008, pp. 11-16
- [25] D. Breaz, S. Owa and **N. Breaz**, *Some properties of general integral operators*, Adv. Math. Sci. J. **3**(2014), 9 – 14.
- [26] **N. Breaz**, D. Breaz, *Sufficient Univalent Conditions for an Integral Operator*, Proceedings of the International Symposium on New Development of Geometric Function Theory and Its Applications, ESSET, Bangi, Malaesia, 2008, ISSN 978-967-5048-32-6
- [27] **N. Breaz**, D. Breaz, M. Acu, *Some properties for an integral operator on the  $CVH(\beta)$  class*, Int. J. Open Problems Complex Analysis, Vol. 2, No.1, March 2010, 53-58
- [28] **N. Breaz**, D. Breaz, M. Darus, *Convexity properties for some general integral operators on uniformly analytic functions classes*, Computer and Mathematics with Applications, Vol. 60, Issue 12 (2010), pp. 3105-3107, ISSN 0898-1221
- [29] **N. Breaz**, D. Breaz, S. Owa, *Fractional Calculus of Analytic Functions Concerned with Mbius Transformations*, Journal of Function Spaces, Volume 2016 (2016), Article ID 6086409, 9 pages
- [30] **N. Breaz**, D. Breaz, V. Pescar, *Univalence of two integral operators*, Acta Univ. Apulensis, No. 33/2013, pp. 45-52
- [31] **N. Breaz**, R. El-Assawah, *Quasi-Hadamard product of some uniformly analytic and  $p$ -valent functions with negative coefficients*, Carpathian J. Math., Vol. 30 (2014), No.1, 39-45, Print Edition: ISSN 1584 - 2851
- [32] **N. Breaz**, S. Owa, *New classes of certain analytic functions concerned with subordinations*, Carpathian J. Math., vol. 33 (2017), no. 2, 153-160
- [33] **N. Breaz**, V. Pescar, *Univalence conditions related to a general integral operator*, Abstract and Applied Analysis, vol. 2012, Article ID 140924, 10 pages, 2012, ISSN 1085-3375

- 
- [34] **N. Breaz**, V. Pescar, D. Breaz, *Univalence criteria for a new integral operator*, Mathematical and Computer Modelling, Vol. 52, Issue 1-2, (2010), pp. 241-246, ISSN 0895-7177
- [35] P.L. Duren, *Univalent functions*, Fundamental Principles of Math. Science, vol. 259/1983, Springer-Verlag
- [36] R. M. El-Ashwah, M. K. Aouf, **N. Breaz**, *On Quasi-Hadamard Products of  $p$ -Valent Functions with Negative Coefficients Defined by Using a Differential Operator*, Acta Univ. Apulensis, No. 28/2011, pp 61-70
- [37] S.S. Miller, P.T. Mocanu, *Differential Subordinations. Theory and Applications*, Marcel Dekker, Inc., 2000
- [38] P.T. Mocanu, T. Bulboaca, G. St. Salagean, *Teoria geometrica a functiilor univalente*, ed. A II-a, Casa Cartii de Stiinta, Cluj-Napoca, 2006
- [39] P.T. Mocanu, I.Şerb, *A sharp simple criterion for a subclass of starlike functions*, Complex Variables, 32(1997), 161-168.
- [40] N.N.Pascu, *An improvement of Becker's univalence criterion*, Proc. of the Commemorative Session Simion Stoilow, Brasov, (1987), 43-48
- [41] V. Pescar, D. Breaz, *The Univalence of Integral Operators*, Ed. Prof. Marin Drinov Academic Publishing House, Sofia, 2008, pag. 171
- [42] V. Pescar, D. Breaz, **N. Breaz**, *Certain sufficient conditions for univalence*, General Mathematics, Vol. 17, No. 4,(2009), 97-109
- [43] V. Pescar, **N. Breaz**, *Integral operators on the classes  $T_{2,\mu}$  and  $S(\alpha)$* , Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics, Vol. 347, Issue 8 (2010), pp. 1468-1474, DOI information: ISSN 0016-0032
- [44] V. Pescar, **N. Breaz**, *On univalence of two integral operators*, Applied Mathematics Letters, Vol. 23, Issue 12, (2010), pp. 1407-1411, ISSN 0893-9659
- [45] V. Pescar, **N. Breaz**, *Kudriasov Type Univalence Criteria for Some Integral Operators*, Abstract and Applied Analysis, vol. 2013, Article ID 721932, 4 pages, 2013, ISSN 1085-3375
- [46] V. Pescar, **N. Breaz** , *Mocanu and Şerb type univalence criteria for some general integral operators*, Acta Univ. Apulensis, No. 44/2015, pp. 1-8

- [47] H. M. Srivastava, R. M. El-Ashwah, **N. Breaz**, *A certain subclass of multivalent functions involving higher-order derivatives*, Filomat 30 (2016), 113-124
- [48] N. Ularu, **N. Breaz**, *An integral operator on the classes  $S^*(\alpha)$  and  $CVH(\beta)$* , Annales UMCS (Univ. Mariae Curie-Sklodowska), Math., Vol. 67, Issue 2, 2013, pag. 53-58, 2013, ISSN 2083-7402