

## Rezumatul tezei de abilitare

### Contribuții la teoria sistemelor dinamice discrete și continue

Gheorghe ȚIGAN

Prima parte a tezei cuprinde detalii scurte despre evoluția carierei academice a dlui Gheorghe Țigan cu privire la educație, loc de muncă, activități didactice (cursuri și seminarii predate) și activități științifice, cum ar fi participarea la conferințe, workshop-uri, seminarii și stagii de cercetare, respectiv, participarea în proiecte de cercetare.

A doua parte a tezei conține o scurtă descriere a principalelor realizări științifice pentru perioada cuprinsă între data obținerii doctoratului (Mai 2006) până în prezent (Aprilie 2017). Teoremele conținute în articolele publicate sunt prezentate în teză în mod succint, fără demonstrații în general. Rezultatele sunt grupate în patru secțiuni după cum urmează.

Prima secțiune descrie rezultatele obținute în legătură cu orbitele periodice, homoclinice și heteroclinice pentru patru sisteme diferențiale de dimensiune trei, și anume, sistemele Chen, Lu, T și Shimizu-Morioka. Pentru primele trei sisteme am folosit o metodă bazată pe funcții de tip Liapunov și am arătat că sistemele pentru anumite domenii ale parametrilor nu au nici orbite homoclinice nici orbite închise dar au orbite heteroclinice. Mai mult, folosind anumite rezultate cunoscute despre sistemul Lorenz și obținute print-o metodă mai puțin uzuală bazată pe compararea de sisteme [1], am arătat că sistemul Chen poate avea și orbite homoclinice simetrice la același punct de echilibru. Pentru sistemul T am studiat orbitele periodice ce pot rezulta din bifurcația Bautin. Pentru studiul realizat în cadrul sistemului Shimizu-Morioka am folosit o metodă diferită care se bazează pe detectarea urmelor lăsate de cele două varietăți stabilă și instabilă la același punct de echilibru pe anumite suprafețe din spațiul de fază. Prin această abordare am reușit să demonstrăm existența orbitelor homoclinice în acest sistem. Metodele dezvoltate în aceste studii sunt de tip analitic și pot fi aplicate cu succes și în studiul altor sisteme asemănătoare. Este știut faptul că nu există metode standard în demonstrarea existenței orbitelor homoclinice sau heteroclinice într-un sistem diferențial și orice metodă care aduce un plus de cunoaștere în acest domeniu este binevenită. Rezultatele cuprinse în această secțiune sunt descrise în lucrările [2]-[6].

În a doua secțiune a tezei dăm detalii despre rezultatele obținute în cadrul sistemelor dinamice ne-netede. Am studiat un sistem dinamic discret ne-neted de dimensiune doi care este continuu dar nediferențiabil în raport cu una dintre variabile. Sistemul studiat în [7] generalizează aplicația Nordmark, care este o aplicație de tip Poincare obținută prin discretizarea fluxului

continuu ce descrie oscilatori de dimensiune unu cu impact în vecinătatea punctelor de contact de tip tangent ale unei orbite periodice cu suprafața de impact. Exemple de astfel de oscilatori variază de la fenomene simple la complexe, precum o minge care cade pe o masă ce vibrează, până la o particulă care se mișcă într-un câmp magnetic puternic din tokamak-uri (dispozitive experimentale care încearcă să producă energie asemănătoare cu energia eliberată de Soare). Teoria biliardului, care se referă la deplasarea unei particule cu mare viteză într-o zonă mărginită ce suferă ciocniri recurente cu frontiera domeniului, este o altă clasă importantă de oscilatori cu impact. În cadrul studiului nostru am pus în evidență existența a noi tipuri de orbite, precum orbite care au cel puțin două puncte pe suprafața de impact. O cascadă de bifurcații în care perioadele orbitelor periodice cresc spre infinit a fost de asemenea pusă în evidență. Astfel de bifurcații apar când unul dintre parametrii sistemului descrește continuu între două valori date. Un alt scenariu pus în evidență a fost alternarea haosului cu ferestre de stabilitate în dinamica sistemului. În final, în [8] am prezentat un caz particular de oscilator cu impact și am obținut orbite cu vibrație amortizantă care se opresc după un anumit număr de ciocniri cu suprafața de impact, precum și orbite ale căror dinamică descrește până la un punct după care primesc o infuzie de energie și-și continuă mișcarea.

A treia secțiune prezintă rezultatele pe care noi le-am obținut în domeniul sistemelor Hamiltoniene perturbate [9]. În prima parte am studiat un sistem Hamiltonian de gradul patru având  $3/2$  grade de libertate perturbat cu un spectru larg de perturbații. Primul pas a fost să asociem un sistem Hamiltonian de interpolare al cărui dinamică am studiat-o. Am obținut rezultate cu privire la dinamica lanțurilor Poincare-Birkhoff sau dimerizate în drumul lor spre reconectare. În al doilea pas am asociat sistemului Hamiltonian complet un sistem discret. Studiul acestui sistem discret a scos în evidență existența orbitelor de tip clepsidră (perechi de orbite homoclinice simetrice la același punct de echilibru) precum și reconectări triple. În final, am utilizat scenariul de reconectare pentru a explica distrugerea barierelor de transport în sistemul inițial. În a doua parte a acestei secțiuni am studiat o clasă de sisteme Hamiltoniene planare perturbate cu polinoame de gradul doi în formă generală, pentru a identifica numărul de cicluri limită ce pot apărea [10]. În studiul nostru am folosit o metodă bazată pe funcții Melnikov de orice ordin și am arătat că această clasă de sisteme Hamiltoniene poate avea cel mult trei cicluri limită și această limită este atinsă.

În a patra secțiune am prezentat detalii privind rezultatele obținute din studiul bifurcațiilor fold-Hopf degenerate. În studiul nostru prezentat în [11] ne-am concentrat pe bifurcațiile fold-Hopf degenerate într-un sistem de dimensiune trei când degenerarea provine din eliminarea unei condiții generice necesare pentru obținerea formei normale. Am presupus că transformările finale între parametrii care conduc la forma normală nu sunt regulate în unele puncte din spațiul parametric. Bifurcația fold-Hopf apare când sistemul linearizat într-un punct de echilibru are o valoare proprie zero și două valori proprii pur complexe și conjugate. Am

obținut noi rezultate generice pentru dinamica sistemului într-un astfel de cadru degenerat. Diagramele de bifurcație obținute arată că dinamica sistemului poate fi complet diferită față de cazul ne-degenerat.

În ultima parte a tezei am prezentat planuri de viitor ale candidatului pentru continuarea carierei academice. El este dornic să-și continue activitățile didactice și de cercetare. Pe lângă alte activități didactice, el intenționează să sprijine studenții prin publicarea de materiale didactice (cursuri, culegeri de probleme, monografii). El își propune să-și dezvolte cercetarea științifică și potențialul propriu prin studierea de noi teme de cercetare și publicarea de articole științifice, în special în domeniul teoriei sistemelor dinamice și al aplicațiilor acestora. El este în particular interesat de aplicații ale sistemelor dinamice în inginerie, biologie și medicină. Trei direcții în care el dorește să-și continue activitatea de cercetare sunt următoarele: 1) bifurcații fold-Hopf degenerate, 2) sisteme dinamice (ne-netede) cu impact, și 3) aplicații ale sistemelor dinamice la înțelegerea activității neuronale. El intenționează să elaboreze proiecte de cercetare și să participe la competiții naționale și internaționale pentru finanțarea acestor proiecte, precum și să coordoneze grupuri de cercetare din care să facă parte și doctoranzi proprii. El vrea să-și extindă colaborările științifice prezente cu altele noi, în întreaga lume.

## **Bibliografie**

- [1] V. N. Belykh, Bifurcations of separatrices of a saddle point of the Lorenz system, *Differential Equations*, 20(10), 1184--1191, 1984.
- [2] G. Tigan, J. Llibre, Heteroclinic, homoclinic and closed orbits in the Chen system, *IJBC*, 26(4), 1--6, 2016.
- [3] G. Tigan, Bautin bifurcations in the T system, *Proceedings of the International Conference on Mathematics and its Applications (ICMA)*, Timisoara, 2015, pages 1--6.
- [4] G. Tigan, D. Turaev, Analytical search for homoclinic bifurcations in the Shimizu-Morioka model, *Physica D* 240, 985--989, 2011.
- [5] G. Tigan, On a Method of Finding Homoclinic and Heteroclinic Orbits in Multidimensional Dynamical Systems, *AMIS*, 4(3), 383--394, 2010.
- [6] G. Tigan, D. Constantinescu, Heteroclinic orbits in the T and the Lu systems, *Chaos, Solitons and Fractals*, 42(1), 20--23, 2009.
- [7] G. Tigan, Analysis of a two-dimensional nonsmooth Poincare-like map, *Nonlinear Dynamics*, 2014, 75(4), 643--651.
- [8] G. Tigan, A case-study model for impact oscillators, *Proceedings of the International Conference on Mathematics and its Applications (ICMA)*, Timisoara, 2012, pages 185--190.

- [9] G. Tigan, D. Constantinescu, Bifurcations in a family of Hamiltonian systems and associated nontwist cubic maps, *Chaos, Solitons and Fractals* 91, 128--135, 2016.
- [10] G. Tigan, Using Melnikov functions of any order for studying limit cycles, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 448, 409--420, 2017.
- [11] G. Tigan, Degenerate with respect to parameters fold-Hopf bifurcations, *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A*, 37(4), 2115--2140, 2017.